

Formális nyelvűk és automaták

3. előadás

Vasził György

Számitéptudományi
Tanár

110-es szoba

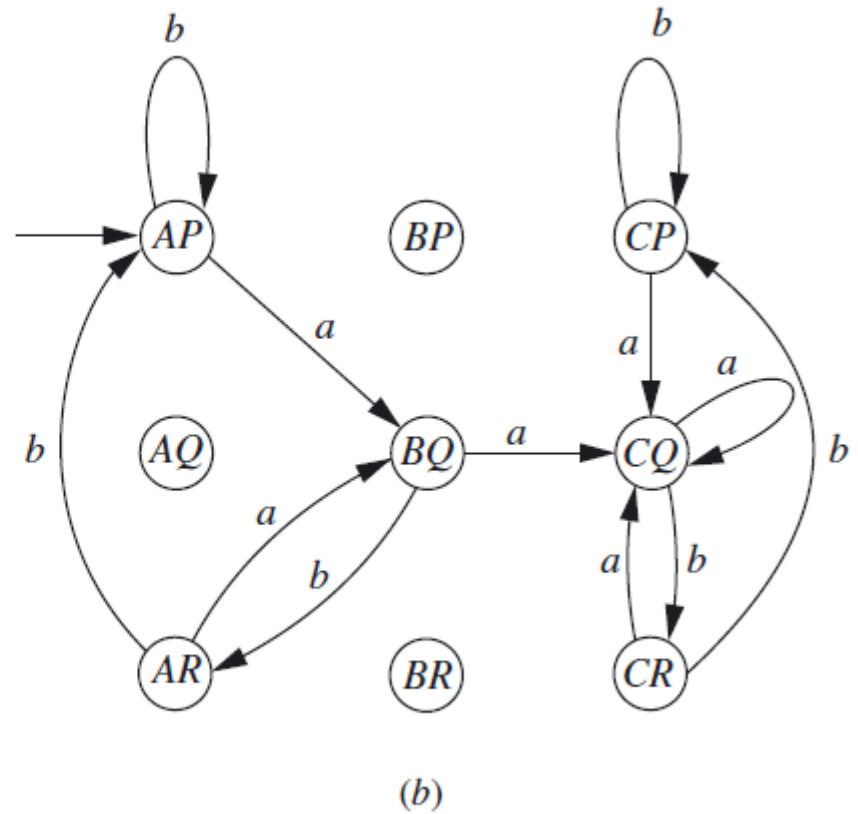
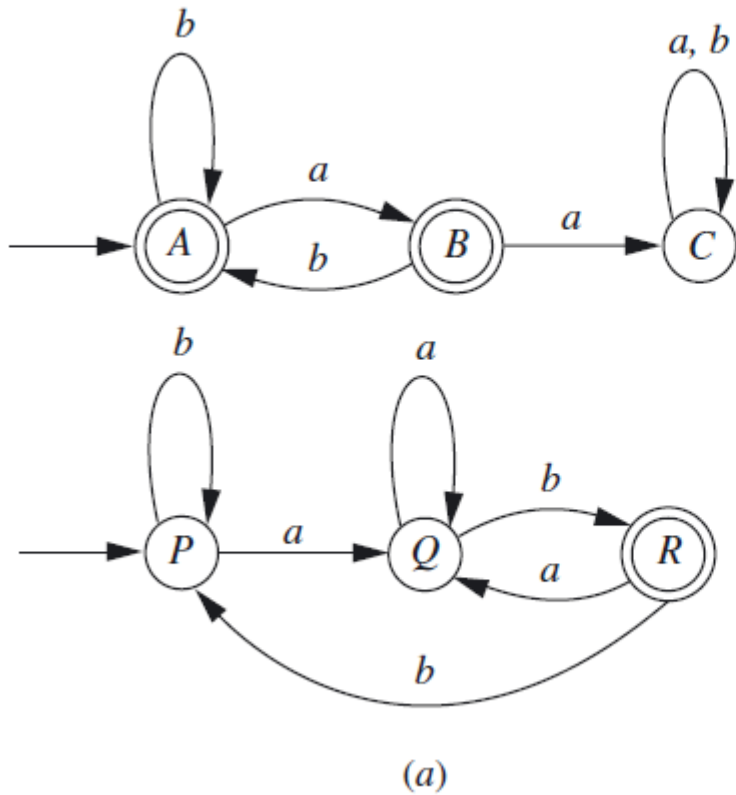
<http://w1.inf.unideb.hu/web/vaszi/oktatas>

vaszi.gyorgy@inf.unideb.hu

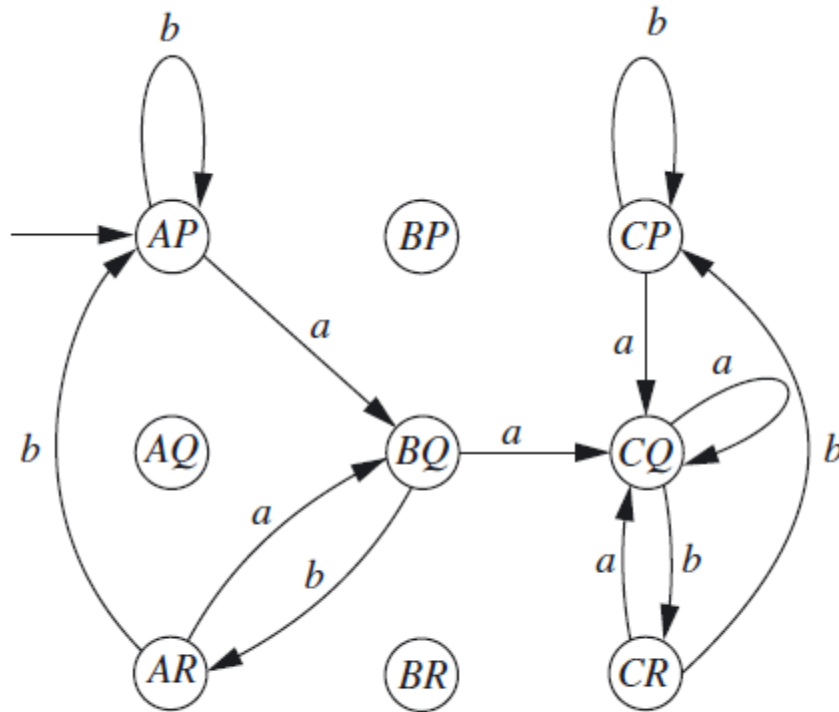
A múlt órán láttuk

- Véges automatával definiált nyelvek
 - uniójának,
 - metszetének,
 - különbségének
- elfogadása
- A véges automaták állapotainak számáról
- Nyelvek amiket nem lehet véges automatával elfogadni

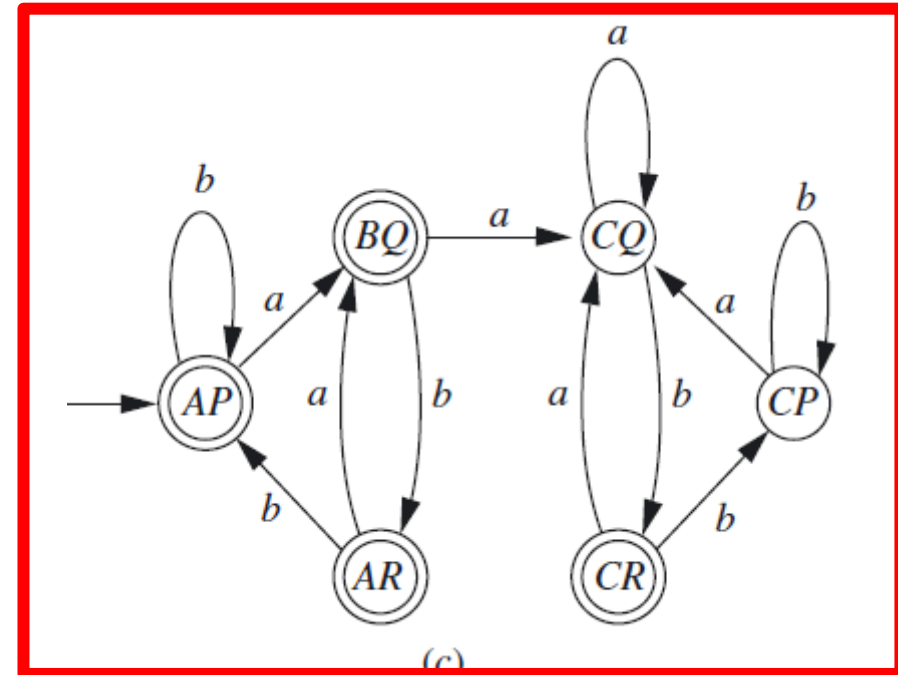
Automata konstrukciója automatákkal adott nyelvek uniója, metszete és különbsége előállítására



Az külön-külön elfogadott nyelvek uniójának elfogadása az új automatával

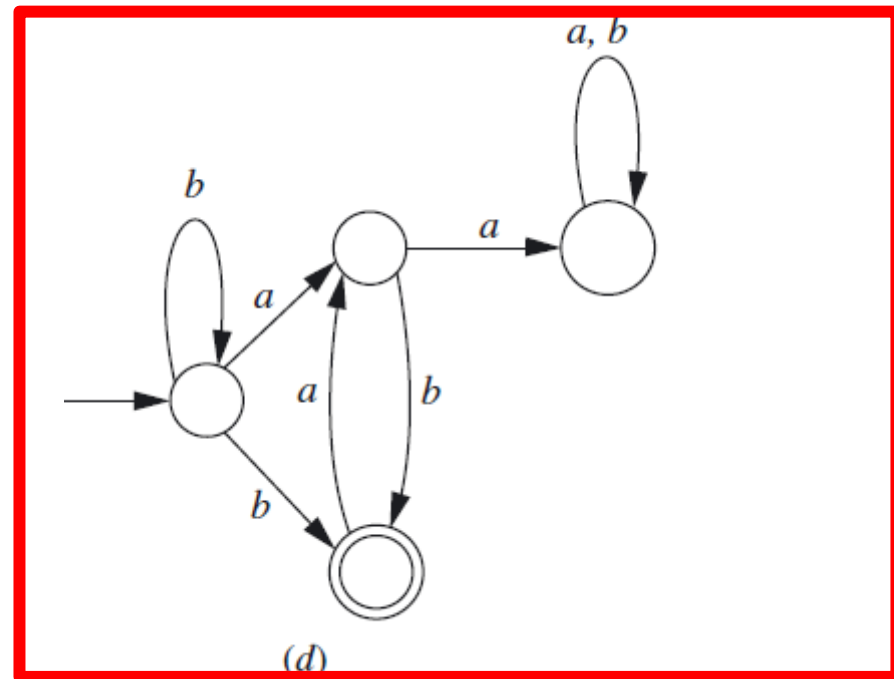
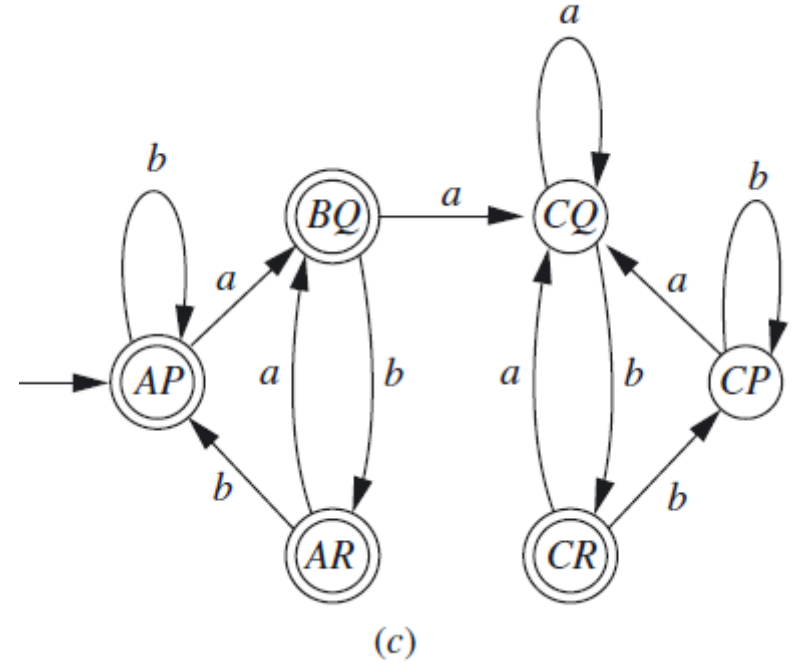
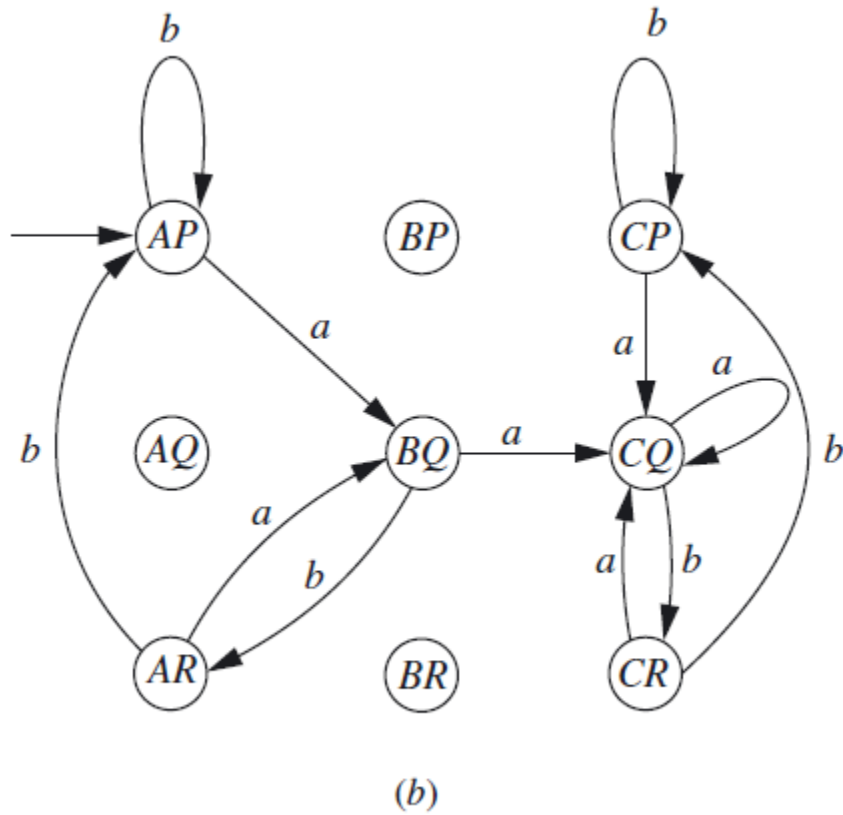


(b)

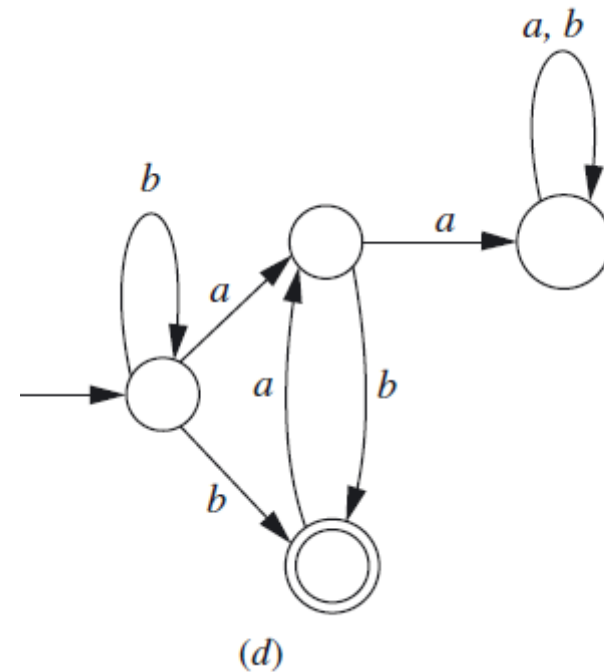
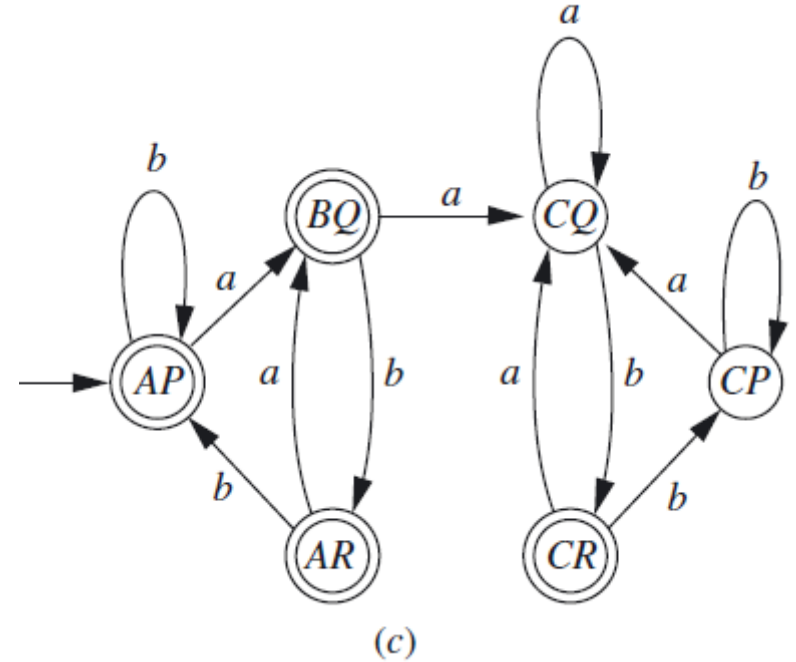
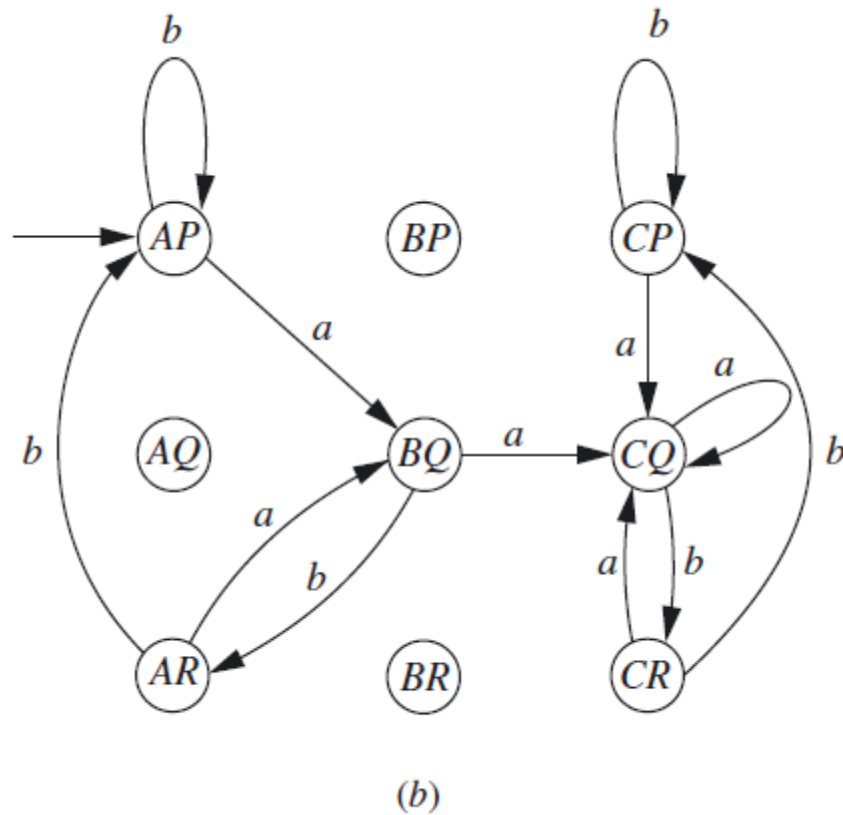


(c)

Metszet



Hogyan nézne ki a különbség nyelv automatája?



A könyvekben:

- J. Martin: 2.2 fejezet, 54-58. oldal

A múlt órán láttuk

- Véges automatával definiált nyelvek
 - uniójának,
 - metszetének,
 - különbségénekelfogadása
- A véges automaták állapotainak számáról
- Nyelvek amiket nem lehet véges automatával elfogadni

Hány állapota van neki és egy
egy automatának ~~elvan~~
adott egy elfogadásához?

Két egyenértékű definíció:

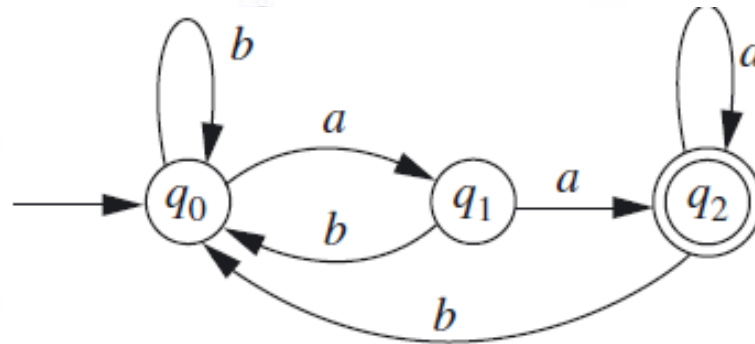
~~Definíció~~ : Két né megkülönböztethető
egy L nyelvre nézve, ha az L -et
elfogadó automata a szavak elöl-
vezára után különböző állapotha
beni l.

Lemma : x és y L -megkülönböztethető,
ha létezik z , ha

$$xz \in L \text{ és } yz \notin L \text{ vagy } xz \notin L \text{ és } yz \in L$$

Az **L nyelvet** elfogadó véges automatának **annyi állapotra** van szüksége, mint az **L szerinti megkülönböztethetőség ekvivalencia osztályainak száma**.

A előző példa minimalizáció -
ansálgari



nem a-val
végződő
szavak

b-re végződő
szavak

a-val, de
nem aa-val
végződő
szavak

ba-ra végződő
szavak

aa-val
végződő
szavak

aa-ra végződő
szavak

A szavak L megkülönböztethetőség alapján
3 csoportba, azaz **3 ekvivalencia osztályba**
sorolhatók.



b-re végződő
szavak



ba-ra végződő
szavak



aa-ra végződő
szavak

Nyilvánvalóan nem lehet
négy automata-val el-
fogadni

Tétel: Ha egy L nyelvre négyetlen S -re
pármutatós L -megkülönböztethetőség né-
vel, akkor $L \neq \text{REG}$ (M) semleges M -re
automatikus gen.

Próbajelöl: Legyen S az L -megkülönböztethetőség
száma négyetlen helyére. S -vel van a
elemi színterrel van minden n -re, azaz a
 L -et elfogadó M -vel a állapota kétszer
nem lehet minden n -re. Ez lehetetlen. ?

Példa: Palindrómák

$$L = \{ x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ palindróm} \}$$

L-nek végtelen sok megkülönböztethető szava van, például:

- Ha $|x| = |y|$, akkor $xx^R \in L$ $yx^R \notin L$

(x^R az x fordítva/visszafelé írt változatát jelöli,
pl.: $aab^R = baa$)

Hogyan konstruálhatunk minimális
a) állapotúmi automata-t a megkülönböztethetetlen-
ségi reláció
minimális a nyelv fáján meghatározva
velel ?

Kiindulva egy adott nyelvet elfogadó véges
automatából, ha az állapotok száma nem
minimális, akkor csökkenthetjük azt.

Az összevonható állapotokat úgy is megkaphatjuk, ha meghatározzuk melyek azok, amiket biztos nem lehet összevonni.

- Induljunk egy legkisebb speciálisan definiált leírásból, és
- visszafelelő meg, mi az a állapotok amelyet megfigyelhetünk megfigyelhetővé tenni.
- z koma nemis leírásuk
↑
amíg ami miatt meg kell látni a leírásunkat egy állapotot.

A könyvekben

A megkülönböztetheetőségi relációról:

- J. Martin: 2.3 fejezet, 58-62. oldal és 68-72. oldal
- Dömösi et al. jegyzet: 25. tétel, 104-105. oldal, „Myhill-Nerode tétel”

Az állapotok számának minimalizálása:

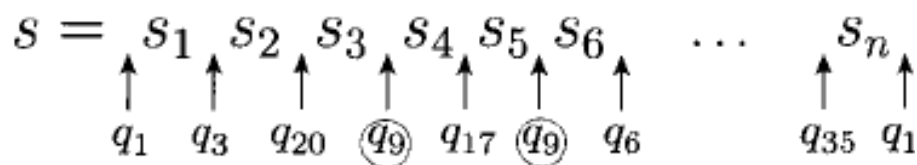
- Dömösi et al. jegyzet: 5.4.2 fejezet, 92. oldaltól
- J. Martin: 2.6 fejezet, 73-77. oldal

A múlt órán láttuk

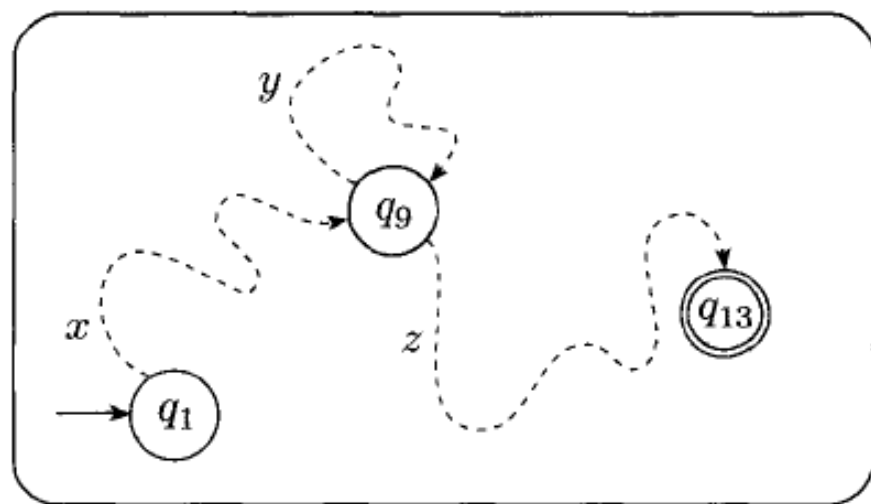
- Véges automatával definiált nyelvek
 - uniójának,
 - metszetének,
 - különbségénekelfogadása
- A véges automaták állapotainak számáról
- Nyelvek amiket nem lehet véges automatával elfogadni

Pumpa lési lemma

Ha egy másik automata által elfogadott
név elismeri, akkor az automata
kezdő és végállapot egy állapotot
felcserélve is működik.



M



Azár:

Ha $L \subseteq \Sigma^*$ nyelv elfogadja $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ vég automatán és $n = |Q|$, akkor minden olyan $x \in L$ L -beli szóra, amelyre $|x| \geq n$, felleltat

$$x = uvw$$

alatt, ahol:

1. $|uv| \leq n$
2. $|v| > 0$ (azaz $v \neq \lambda$)
3. Minden $i \geq 0$ -ra, $uv^i w \in L$

Ha egy nyelv nem teljesíti a pumpálási lemma feltételét, nem lehet végtes automataval elfogadni.

Pl.: $\nexists M$, hogy $L = L(M)$, ahol

$$L = \{a^i b^i \mid i \geq 1\} \quad (\text{Nem végtes automata})$$

Miért?

És mi a helyzet az $\{a, b\}$ feletti palindrómákat tartalmazó nyelvvel? ..

Másik példa

Nem tudjuk meg, hogy $\nexists M$, ~~ah~~ $L = L(M)$, ha

- $L = \{a^i b^j \mid i \geq j \geq 1\}$

- $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

$\Rightarrow M$ nincs automata.

Green ki'vül :

A pumpa lári lemma feltételeket teljesí-
tő lári nem elismeri feltétele a nyelv
elfogadó nyelv automata létezését.

Például :

$$L = \{a^i b^j c^j \mid i \geq 1, j \geq 0\} \cup \{b^j c^k \mid j, k \geq 0\}$$

Tekst :

- $\exists M,$
• $L = L(M) \Rightarrow$ tejsül a pumpálási
tulajdonság
- tejsül a pumpálási ~~is~~ $\exists M,$
tulajdonság ~~\Rightarrow~~ $L = L(M)$

Állítás :

- nem tejsül a pumpálási $\Rightarrow L \neq L(M) \forall M$
tulajdonság $(\nexists M, L = L(M))$

További témák mára

- Reguláris kifejezések, reguláris nyelvek
- Nemdeterminisztikus véges automaták
- Nemdeterminisztikus véges automaták determinisztikussá alakítása

Reguláris nyelv

Legyen Σ egy ábécé, a Σ feletti reguláris nyelvnek halmasza R , a "winnyere".

1. $\emptyset \in R$
2. $\{a\} \in R$ minden $a \in \Sigma \cup \{\lambda\}$
3. Ha $L_1, L_2 \in R$, akkor

$$L_1 \cup L_2 \in R, L_1 \cdot L_2 \in R, L_1^* \in R.$$

Reguláris kifejezés

1. a , ahol $a \in \Sigma \cup \{\lambda\} \quad \longleftrightarrow \quad \{a\}$

2. $\emptyset \quad \longleftrightarrow \quad \emptyset$

3. $R_1 + R_2$, ahol R_1 és R_2 reguláris kifejezés.
(Néha $R_1 \cup R_2$) $\longleftrightarrow R_1$ nyelv $\cup R_2$ nyelv

4. $R_1 R_2$, ahol R_1 és R_2 reg. kif.

$\longleftrightarrow (R_1 \text{ nyelv}) \cdot (R_2 \text{ nyelv})$

5. R^* , ahol R reg. kif.

$\longleftrightarrow (R_1 \text{ nyelv})^*$

Reguláris ki fejezés

Reguláris nyelv

\emptyset

$\{\Lambda\}$

$\{a, b\}^*$

$\{aab\}^*\{a, ab\}$

$(\{aa, bb\} \cup \{ab, ba\})\{aa, bb\}^*\{ab, ba\})^*$

Reguláris kifejezés

\emptyset

Λ

$(a + b)^*$

$(aab)^*(a + ab)$

$(aa + bb + (ab + ba)(aa + bb)^*(ab + ba))^*$

Pildad'und

$\Sigma = \{a, b\}$ kehtib, alust ar "a" kehtib
nime parastlan.

$$b^* a b^* (b^* a b^* a b^*)^*$$

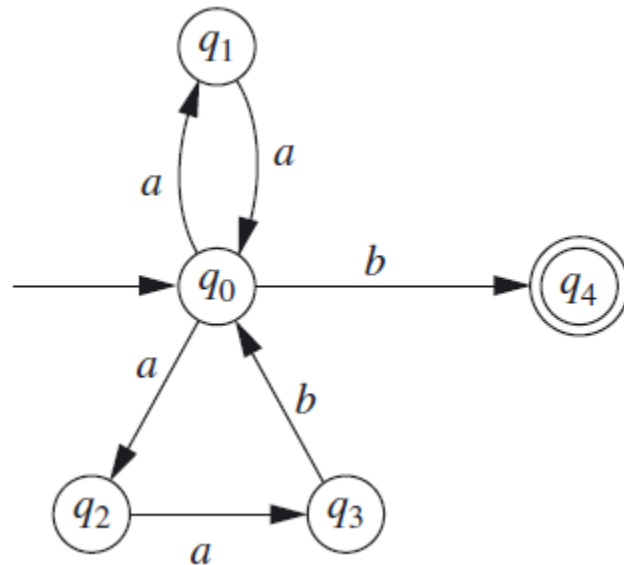
(kehtne mees keht pehni?) $b^* a (b^* a b^*)^*$

További témák mára

- Reguláris kifejezések, reguláris nyelvek
- **Nemdeterminisztikus véges automaták**
- Nemdeterminisztikus véges automaták determinisztikussá alakítása

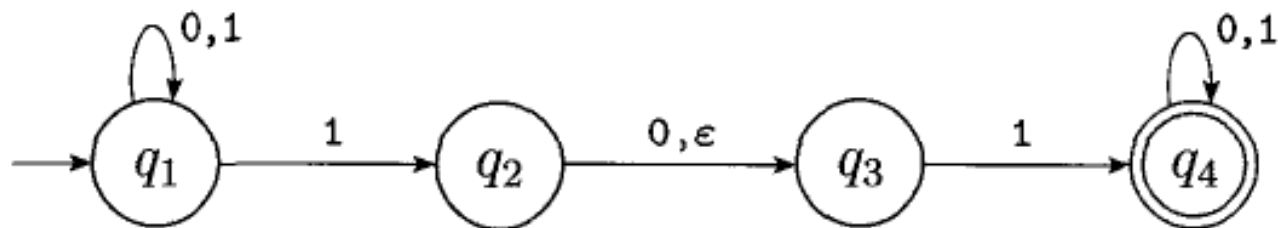
"Leitwurf" a nicht automata
definitionen

$L \neq \{aa, aab\}^*b$ und $(aa + aab)^*b$



Mit Leitwurf aab ab lecheriater?

Nem determinisztikus véges automaták



- több lehetséges utazás a bevitelre
- üres átmenet (ϵ vagy λ)

Nondeterministic

Deterministic
computation

Nondeterministic
computation

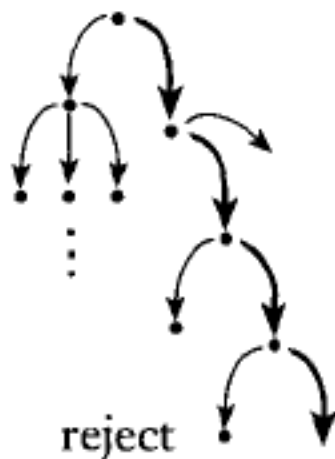
• start



⋮



• accept or reject



reject

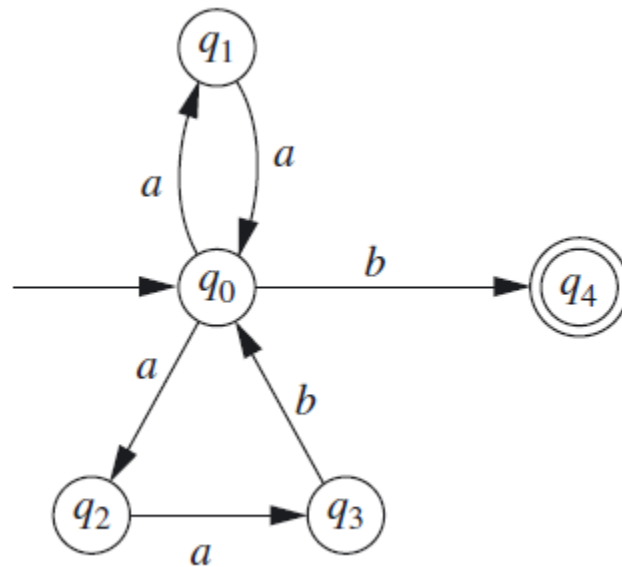
⋮



• accept

Alfogatja a nőt, ha lehetné alga
~~mind~~ "lehetőség" amivel elfogad
a lappothe jut.

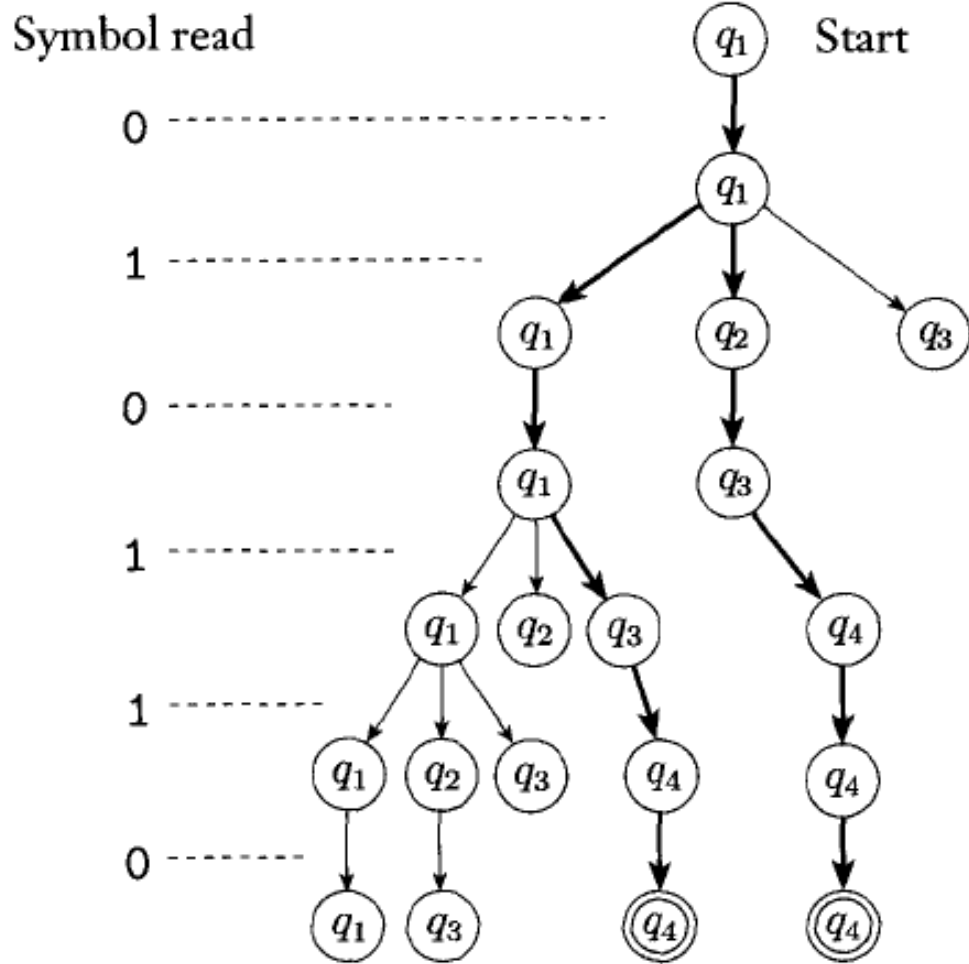
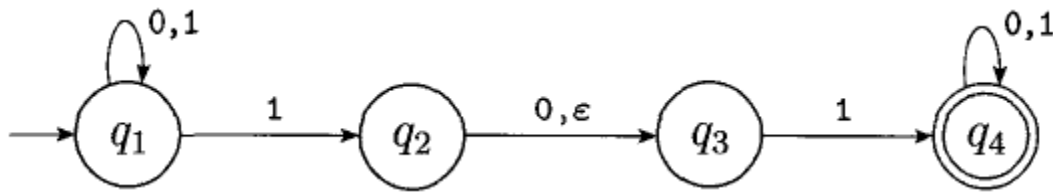
$L = \{aa, aab\}^*b$ vagy $(aa + aab)^*b$



Mit jelent az $aabb$ elhárítás?

Az automata elfogadja az $aabb$ szót.

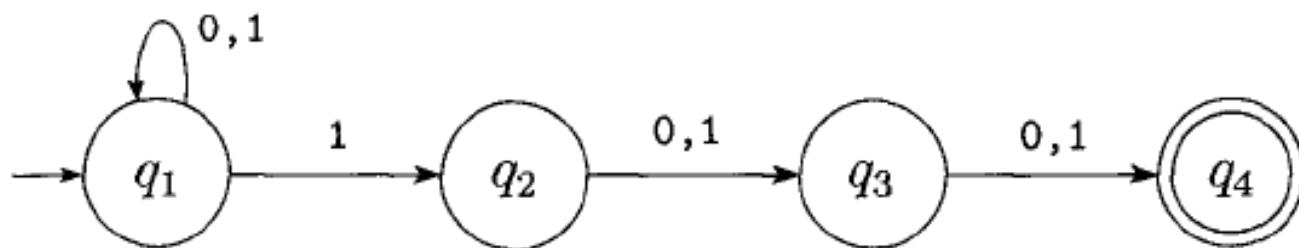
Nenn das ermin. u. d. v. d. g.
n. u. d. v. d. g.



Bemenet : 010110 - (elfogadja)

Beispiel: Mit Symbol?

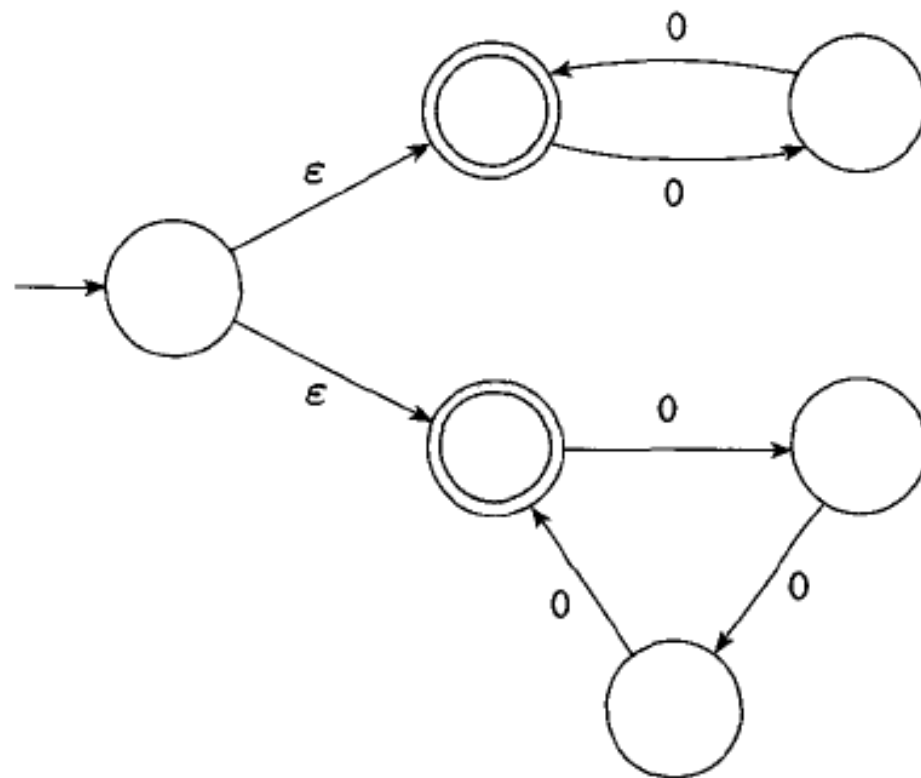
M :



$L(M) = ?$

Maier silda

$M:$



$L(M) = ?$

Nem determinisztikus
végő automata

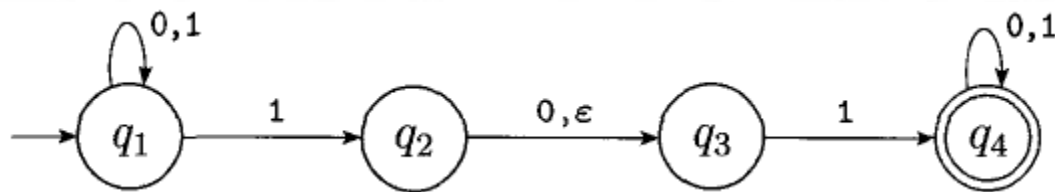
$M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$, ahol Q, Σ, q_0, A
mint a determinisztikus esetben, és

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \rightarrow 2^Q$$

↑
Q részhalmazai

De'ldaiul

M:



$M = (Q, \Sigma, q_1, A, \delta)$, where

• $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

• $\Sigma = \{0, 1\}$

• $A = \{q_4\}$

• δ :

	0	1	ϵ
q_1	q_1	q_1, q_2	
q_2	q_3		q_3
q_3		q_4	
q_4	q_4	q_4	

Definición

Definiții

$M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$, legem

$$\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$$

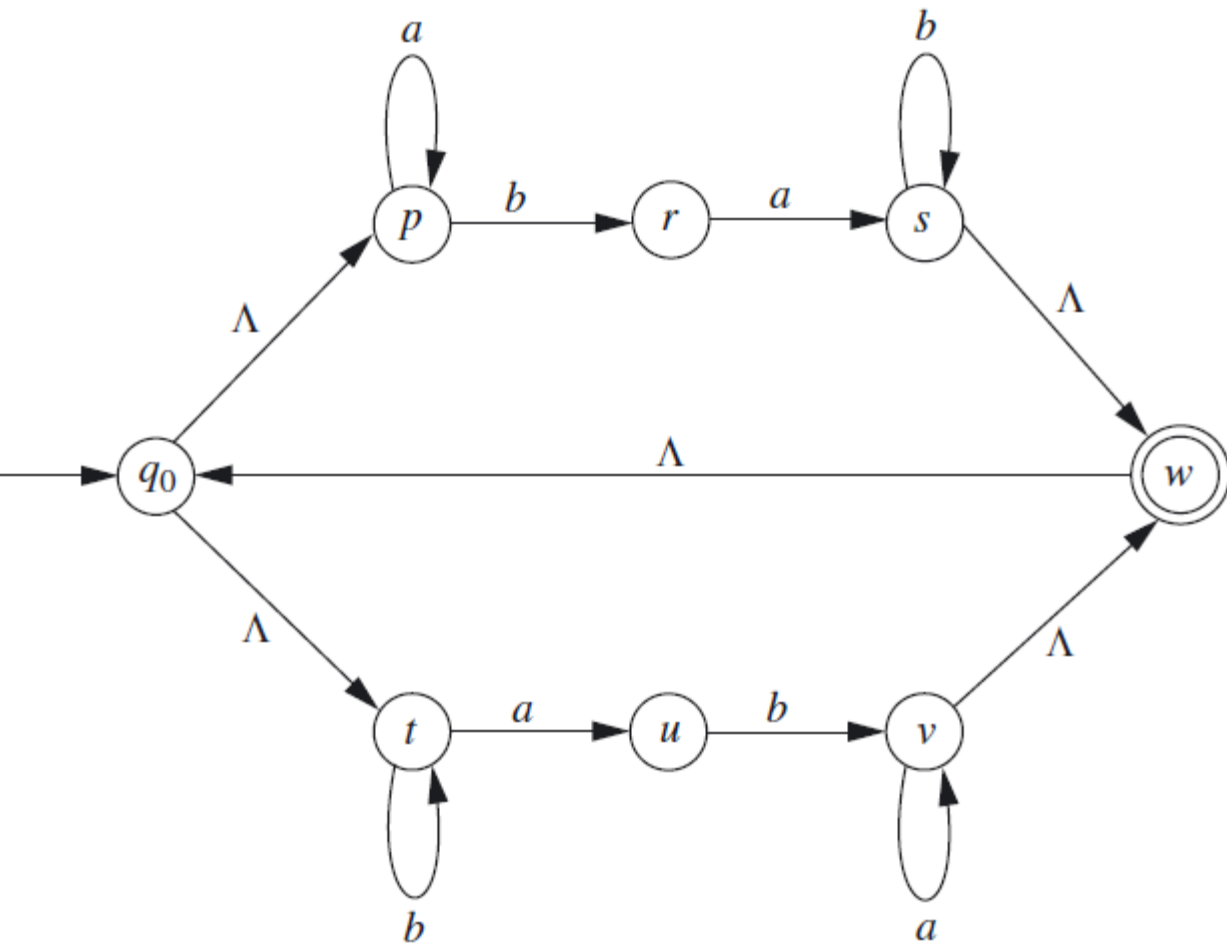
a "reținerii" :

- $\delta^*(q, \lambda) = E(\{q\})$ unde $q \in Q$ - r

- $\delta^*(q, xa) = E\left(\bigcup \{ \delta(p, a) \mid p \in \delta^*(q, x) \}\right)$

(Asta se definește, adică se poate calcula
viteza cu automatul q -teal în dubla
 $\delta^*(q, w)$.)

Reichenbach



$$\delta^*(q_0, \lambda) = \mathbb{E}(\{q_0\}) = \{q_0, p, t\}$$

$$\delta^*(q_0, ab) =$$

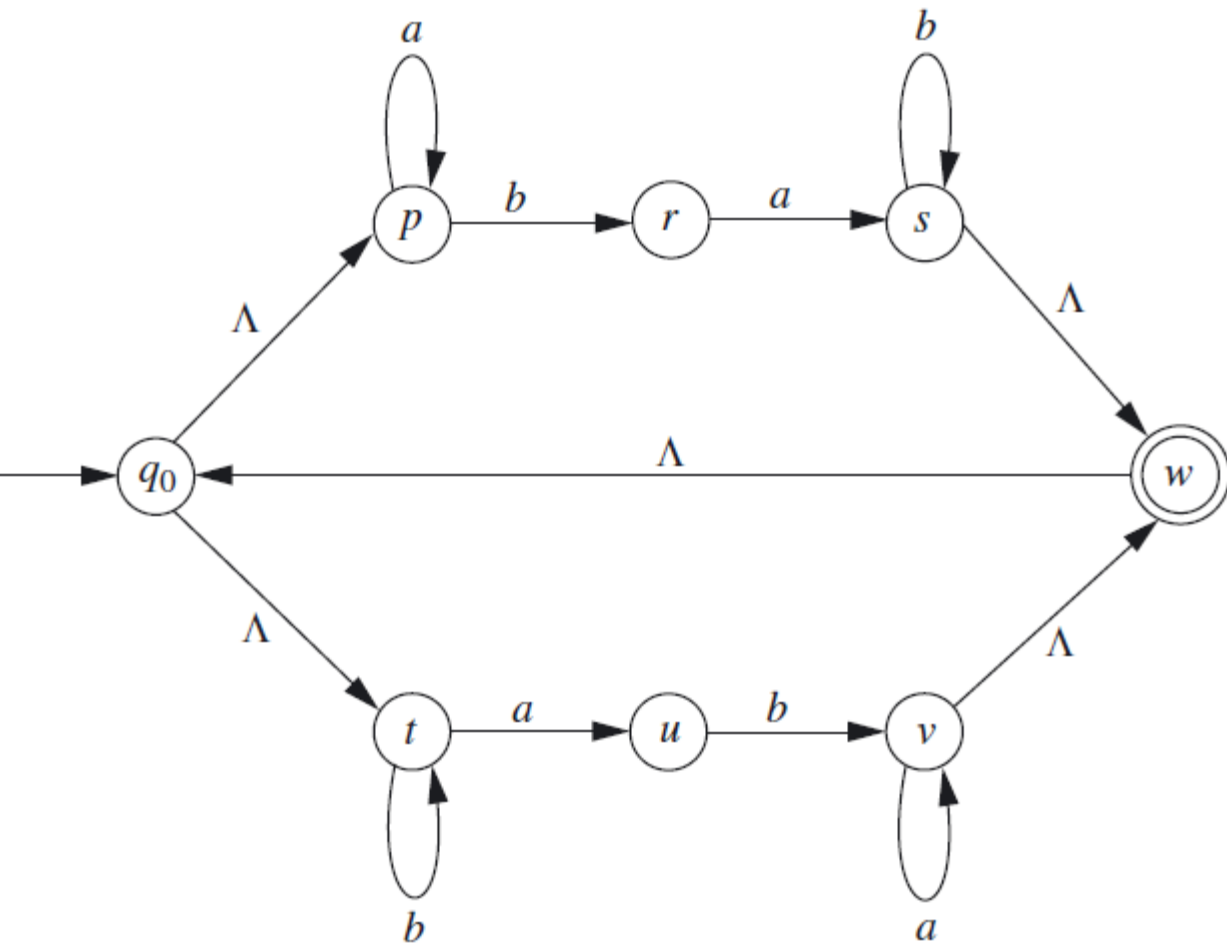
$$= \{r, v, w, q_0, p, t\}$$

A elfogadott nyelv

$M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ által elfogadott
nyelv $L(M)$ a "vételek":

$$L(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, w) \cap A \neq \emptyset \}.$$

példának



$$\delta^*(q_0, \lambda) = \mathbb{E}(\{q_0\}) = \{q_0, p, t\}$$

$$\delta^*(q_0, ab) =$$

$$= \{r, v, w, q_0, p, t\}$$

Az *ab* szó benne van az elfogadott nyelvben?

További témák mára

- Reguláris kifejezések, reguláris nyelvek
- Nemdeterminisztikus véges automaták
- **Nemdeterminisztikus véges automaták determinisztikussá alakítása**

A nondeterministic koma's
ku'ni nöhö k'e k

$N = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ nondet. \rightarrow

$\rightarrow M = (Q', \Sigma, q'_0, A', \delta')$ determ.

üen, üen $L(N) = L(M)$.

A nondeterministic kurtas
Levi nisheli

$$N = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta) \text{ nondet} \rightarrow M = (Q', \Sigma, q'_0, A', \delta') \text{ det}$$

- $Q' = 2^Q$ (Q vishal karai)

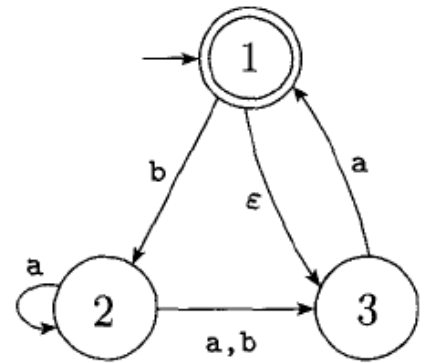
- $\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} \delta^*(r, a), \quad R \subseteq Q$

- $q'_0 = \{q_0\}$

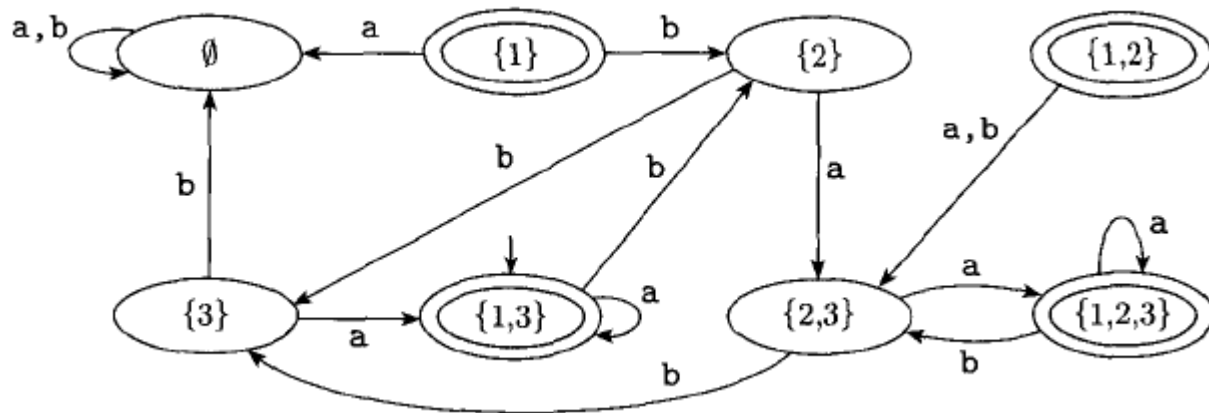
- $A' = \{R \subseteq Q \mid R \cap A \neq \emptyset\}$

Pildani

$$N = (\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, 1, \{1\}, \sigma)$$



$$M = (2^Q, \{a, b\}, E(\{1\}), \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}, \sigma')$$



(§ 13 & § 1, 24 abgesetzt)